

УДК 535.42: 535.317

<https://doi.org/10.33619/2414-2948/130/01>

ФАЗОВАЯ ДЕКОРРЕЛЯЦИЯ В ДИСКРЕТНЫХ КОГЕРЕНТНЫХ АНСАМБЛЯХ ДЛЯ УМЕНЬШЕНИЯ СПЕКЛ-ШУМА

©Исманов Ю. Х., ORCID: 0000-0001-8176-2602, SPIN-код: 1183-7001, д-р физ.-мат. наук,
Кыргызский государственный технический университет им. И. Раззакова,
г. Бишкек, Кыргызстан, i_yusupjan@mail.ru

©Джаманкызов Н. К., ORCID: 0000-0002-4741-8741, SPIN-код: 1471-6954,
Scopus ID: 7801566578, д-р физ.-мат. наук, Институт физики им. Ж. Ж. Жээнбаева
НАН Кыргызской Республики, г. Бишкек, Кыргызстан, nasip49@gmail.com

©Тынышова Т. Д., ORCID: 0009-0007-5235-7115, SPIN-код: 9917-4190, ResearcherID: HPB-7352-2023, канд. физ.-мат. наук, Кыргызский государственный технический университет
им. И. Раззакова, г. Бишкек, Кыргызстан, ttynyshova@mail.ru

PHASE DECORRELATION IN DISCRETE COHERENT ENSEMBLES FOR SPECKLE NOISE REDUCTION

©Ismanov Yu., ORCID: 0000-0001-8176-2602, SPIN-code: 1183-7001, Dr. habil., Kyrgyz State
Technical University named after I. Razzakov, Bishkek, Kyrgyzstan, i_yusupjan@mail.ru

©Dzhamankizov N., ORCID: 0000-0002-4741-8741, SPIN-code: 1471-6954,
Scopus ID: 7801566578, Dr. habil., Institute of Physics named after Zh. Zheenbaev
of the National Academy of Sciences of the Kyrgyz Republic,
Bishkek, Kyrgyzstan, nasip49@gmail.com

©Tynyshova T., ORCID: 0009-0007-5235-7115, ResearcherID: HPB-7352-2023, SPIN-code:
9917-4190, Ph.D., Kyrgyz State Technical University named after I. Razzakov,
Bishkek, Kyrgyzstan, ttynyshova@mail.ru

Аннотация. Разработана аналитическая модель подавления спекл-шума в дискретных когерентных ансамблях (VCSEL-матрицах) посредством управления начальными фазами излучателей. В рамках параксиального приближения получено замкнутое выражение для контраста спеклов $C(M, N, \alpha)$, где M – число фазовых масок, N – число источников, $\alpha = a\Lambda/(\lambda d)$ – геометрический параметр. Установлены асимптотики: $C \sim 1/\sqrt{MN}$ при сильной когерентности и $C \sim 1/\sqrt{M}$ при слабой; критерий перехода $\alpha = 1/(2\pi)$. Выведен критерий оптимальности M_{opt} для достижения заданного порога ε – критерия качества подавления спеклов. Спектральный анализ показал, что фазовое усреднение обнуляет когерентный пик на нулевой частоте без искажения высоких пространственных частот. Теоретически доказано преимущество электронного метода перед механическим (выигрыш в контрасте более чем в 30 раз). Результаты создают основу для адаптивных систем с управляемой когерентностью.

Abstract. An analytical model for speckle noise suppression in discrete coherent arrays (VCSEL matrices) by controlling the initial phases of emitters has been developed. Using the paraxial approximation, a closed-form expression for the speckle contrast $C(M, N, \alpha)$ has been obtained, where M is the number of phase masks, N is the number of sources, and $\alpha = a\Lambda/(\lambda d)$ is a geometric parameter. Asymptotic behavior has been established for strong ($C \sim 1/\sqrt{MN}$) and weak ($C \sim 1/\sqrt{M}$) coherence; the transition criterion is $\alpha = 1/(2\pi)$. An optimality criterion for achieving a specified threshold — the ε -criterion for speckle suppression quality — has been derived. Spectral analysis has shown that phase

averaging nullifies the coherent peak at zero frequency without distorting high spatial frequencies. The advantage of the electronic method over the mechanical one (a gain in contrast of more than 30 times) has been theoretically proven. The results provide a basis for adaptive systems with controlled coherence.

Ключевые слова: спекл-шум, контраст спеклов, VCSEL-матрицы, фазовое управление, пространственная декорреляция, когерентность излучения.

Keywords: speckle noise, speckle contrast, VCSEL matrices, phase control, spatial decorrelation, radiation coherence.

Проблема спекл-шума является фундаментальным ограничением для всех систем активного оптического зондирования, использующих лазерные источники [1].

В классической постановке для полностью развитой спекл-картины, формируемой большим числом независимых рассеивателей, распределение интенсивности подчиняется негауссовой статистике с контрастом $C = \sigma I / \langle I \rangle = 1$. Однако в современных приложениях, связанных с машинным зрением, голографической микроскопией и адаптивной оптикой, все чаще используются решетчатые ансамбли источников — например, матрицы вертикально-излучающих лазеров (VCSEL) с числом эмиттеров N от 16 до 256.

Переход от непрерывного распределения рассеивателей к дискретному ансамблю с конечным N коренным образом меняет статистику поля. Как показано в работах [2, 3], при $N \leq 100$ центральная предельная теорема выполняется плохо, и распределение интенсивности описывается обобщенным распределением Райса с параметром формы, зависящим от числа степеней свободы.

В частности, при синфазном сложении полей (что характерно для работы VCSEL-матриц в режиме максимальной мощности) контраст может достигать аномальных значений $C > 1$, что делает невозможным применение стандартных алгоритмов фильтрации.

Существующие методы подавления спеклов делятся на три класса: (а) пространственное усреднение за счет движения диффузора [4-5]; (б) спектральное усреднение за счет перестройки длины волны [6-8]; (в) поляризационное усреднение.

Однако все они либо требуют подвижных механических частей, либо ограничены по скорости перестройки. Альтернативой является управление начальными фазами отдельных эмиттеров. Теоретические оценки показывают [9-10], что перебор M различных фазовых масок за время экспозиции эквивалентен увеличению числа эффективных независимых реализаций поля. Несмотря на интуитивную ясность данного подхода, до сих пор отсутствует строгая замкнутая теория, связывающая число фазовых состояний M , пространственную геометрию решетки (период Λ , апертуру a) и результирующий контраст C .

Цель статьи — построить аналитическую модель, которая позволяет рассчитать $C(M)$ и определить критерий оптимальности M_{opt} без привлечения эмпирических подгоночных параметров.

Теоретическая модель и вывод основного выражения для контраста. Рассмотрим плоскость источника $z=0$, в которой расположены N точечных монохроматических излучателей с комплексными амплитудами A_n и начальными фазами ϕ_n . Пространственная конфигурация задается векторами $r = (x_n, y_n)$. Тогда комплексное поле в плоскости источника имеет вид:

$$U(r; 0) = \sum_{n=1}^N A_n \delta(r - r_n) e^{i\phi_n}. \quad (1)$$

Распространение света в свободном пространстве на расстояние d описывается интегралом Френеля (приближение параксиальной оптики):

$$U(\rho) = \frac{e^{ikd}}{i\lambda d} \int U(r; 0) \exp\left[\frac{ik}{2d} |\rho - r|^2\right] dr, \quad (2)$$

где $\rho = (\xi, \eta)$ — координаты в плоскости наблюдения, $k=2\pi/\lambda$. Подставляя (1) в (2), получаем:

$$U(\rho) = \frac{e^{ikd}}{i\lambda d} \sum_{n=1}^N A_n e^{i\phi_n} \exp[i\Psi_n(\rho)], \Psi_n(\rho) = \frac{k}{2d} |\rho - r_n|^2. \quad (3)$$

Интенсивность $I(\rho)=|U(\rho)|^2$ раскладывается на сумму квадратов амплитуд и интерференционные члены:

$$I(\rho) = \sum_{n=1}^N |A_n|^2 + \sum_{n \neq m} A_n A_m^* \exp[i(\phi_n - \phi_m) + i(\Psi_n - \Psi_m)] \quad (4)$$

Рассмотрим процесс усреднения по всему множеству масок. Предположим, что мы можем генерировать M независимых реализаций вектора начальных фаз $\phi^{(m)} = (\phi_1^{(m)}, \dots, \phi_N^{(m)})$. Усредненная интенсивность:

$$\langle I(\rho) \rangle_M = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M I^{(m)}(\rho) \quad (5)$$

Второе слагаемое в (4) содержит фактор:

$$\chi_{nm} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \exp[i(\phi_n^{(m)} - \phi_m^{(m)})] \quad (6)$$

При статистической независимости и равномерном распределении фаз на $[0, 2\pi)$ для $n \neq m$ имеем $\chi \rightarrow 0$ при $M \rightarrow \infty$. Для конечного M остаточная корреляция определяется функцией:

$$\chi(M) = \left[\frac{\sin(\pi/M)}{\pi/M} \right]^2, \quad (7)$$

что следует из дискретного суммирования по равномерной сетке. Контраст спеклов определяется как:

$$C(M) = \frac{\sqrt{\langle I^2 \rangle_M - \langle I \rangle_M^2}}{\langle I \rangle_M} \quad (8)$$

После усреднения произведения двух интенсивностей и учёта статистической независимости фаз для различных масок, получаем основное выражение:

$$C^2(M) = \frac{1}{M} \cdot \frac{\sum_{n=1}^N |A_n|^4}{(\sum_{n=1}^N |A_n|^2)^2} + \left(1 - \frac{1}{M}\right) \cdot \mu_{\text{прост}}, \quad (9)$$

где пространственный фактор когерентности:

$$\mu_{\text{простр}} = \frac{\iint I(\rho) d\rho \cdot |\sum_{n \neq l} e^{i(\psi_n - \psi_l)}|}{(\sum_{n=1}^N |A_n|^2)^2}. \quad (10)$$

Для регулярной прямоугольной решетки с периодом Λ и апертурой $a = \sqrt{N}\Lambda$, при условии $a \gg \lambda d / \Lambda$, фактор $\mu_{\text{простр}}$ аппроксимируется экспоненциально:

$$\mu_{\text{простр}} \approx \exp\left(-\frac{2\pi^2 a^2 \Lambda^2}{\lambda^2 d^2}\right). \quad (11)$$

Подставляя (11) в (9) и полагая равные амплитуды $A_n = A$, получаем компактную формулу:

$$C(M, N, \alpha) = \sqrt{\frac{1}{MN} + \left(1 - \frac{1}{M}\right) e^{-2\pi^2 \alpha^2}}, \quad \alpha = \frac{a\Lambda}{\lambda d}. \quad (12)$$

Требуя $C \leq \epsilon$, из (12) находим:

$$M_{\text{онм}} = \max\left\{\frac{1}{N\epsilon^2}, \frac{1 - e^{-2\pi^2 \alpha^2}}{\epsilon^2 - e^{-2\pi^2 \alpha^2}}\right\}. \quad (13)$$

Анализ (13) выявляет два предельных случая:

При $\alpha \ll 1/(2\pi)$ (сильная когерентность) $M_{\text{онм}} \approx 1/(N\epsilon^2)$;

При $\alpha \gg 1/(2\pi)$ (слабая когерентность) $M_{\text{онм}} \approx 1/\epsilon^2$.

Переходный режим определяется условием $\alpha = 1/(2\pi)$, которое совпадает с критерием ван Циттерта–Цернике для дискретных источников. Спектральные свойства, границы применимости и сравнение с механическими методами. Пространственно-частотный спектр поля (3) имеет вид:

$$\tilde{U}(f) = F\{U(\rho)\} = \sum_n A_n e^{i\phi_n} \exp\left[-i \frac{2\pi}{d} r_n \cdot f\right] \cdot \text{const}. \quad (14)$$

Тогда ФПМ системы (Функция передачи модуляции - критерий качества, показывающий, насколько хорошо оптическая система (или в нашем случае — процесс распространения и усреднения поля) передает контраст объекта при различных пространственных частотах), усреднённая по M фазовым маскам, выражается как:

$$\langle MTF(f) \rangle_M = \frac{1}{N} \sum_n |A_n|^2 + \frac{1}{N} \sum_{n \neq l} \chi(M) \exp\left[-i \frac{2\pi}{d} (r_n - r_l) \cdot f\right]. \quad (15)$$

При $M \rightarrow \infty (\chi \rightarrow 0)$ ФПМ стремится к постоянной величине, что соответствует полностью некогерентному источнику. При конечном M сохраняется узкий пик на нулевой частоте, амплитуда которого пропорциональна $\chi(M) \sim 1/M^2$. Относительная доля когерентной энергии:

$$P_{\text{ког}} \propto \chi(M) \cdot N \sim N/M^2. \quad (16)$$

Это означает, что подавление когерентной составляющей происходит быстрее, чем при механическом усреднении (где $P_{\text{ког}} \sim 1/\sqrt{M}$), и не влияет на высокочастотные компоненты, что важно для сохранения резкости краев. Предложенная теория основана на нескольких допущениях, которые необходимо учитывать при практической реализации.

Параксиальное приближение справедливо при $d \gg a^2/\lambda$. Для типичных параметров ($a=1$ мм, $\lambda=0.85$ мкм) это условие выполняется при $d \gg 1.2$ м. В ближней зоне требуется использование интеграла Рэлея–Зоммерфельда, однако структура формул сохраняется с заменой Ψ_n на гиперболическую фазу.

1. Независимость фаз предполагает отсутствие перекрестных тепловых связей между соседними эмиттерами VCSEL. В реальности такие связи уменьшают эффективное число степеней свободы $N_{\text{eff}} < N$. Это можно учесть введением матрицы ковариации фаз, что, однако, выходит за рамки данной работы.

2. Временная когерентность не учитывалась. Ширина линии VCSEL ($\Delta\nu \sim 50$ МГц) даёт длину когерентности $L_c \approx 6$ м. Для $d \ll L_c$ временными эффектами можно пренебречь; в противном случае в (9) добавляется фактор $\exp(-|t_n - t_m|/\tau_c)$.

3. Негауссовость статистики для малых $N < 10$ может приводить к отклонениям от формулы (9). Однако большинство практических систем имеют $N \geq 16$, где корреляционный подход второго порядка даёт хорошую точность.

Для вращающегося диффузора эффективное число независимых реализаций $M_{\text{мех}} \approx \Omega T / (2\pi)$, где Ω — угловая скорость, T — время экспозиции. При $T=1$ мс и типичных скоростях $\Omega \sim 10^3$ об/мин, $M_{\text{мех}} \approx 10$. В то же время электронное переключение фаз (с временем ~ 100 нс на состояние) позволяет за 1 мс достичь $M=10^4$. Теоретический выигрыш в контрасте (при одинаковой геометрии) составляет:

$$\frac{C_{\text{мех}}}{C_{\text{эл}}} \approx \sqrt{\frac{M_{\text{эл}}}{M_{\text{мех}}}} \approx \sqrt{1000} \approx 31.6 \text{ раз.} \quad (17)$$

Таким образом, предлагаемый метод фазовой декорреляции существенно превосходит механический по скорости и эффективности подавления шума, а также лишён подвижных частей, что повышает надёжность.

Заключение

В настоящей работе представлена аналитическая теория уменьшения спекл-шума путём управления начальными фазами дискретного ансамбля когерентных источников. Основные результаты:

1. Выведено замкнутое выражение для контраста спеклов $C(M, N, \alpha)$ — формула (12), объединяющая статистические (M, N) и волно-геометрические ($\alpha = a\lambda/\lambda d$) параметры системы.

2. Доказано, что при $M \rightarrow \infty$ контраст спадает как $1/M$ в слабокогерентном режиме и как $1/MN$ в режиме сильной когерентности. Критерий перехода между режимами имеет вид $\alpha = 1/(2\pi)$.

3. Получен аналитический критерий оптимальности $M_{\text{опт}}$ (13), позволяющий расчётно определить минимальное число фазовых состояний для достижения заданного порога контраста ε . Для типичных параметров ($N=64$, $\alpha=0.5$) достаточно $M=64$, чтобы обеспечить $C < 0.08$.

4. Спектральный анализ показал, что фазовое усреднение эквивалентно обнулению когерентного пика на нулевой пространственной частоте без искажения высокочастотных составляющих, что принципиально отличает данный метод от низкочастотной фильтрации.

5. Теоретически обосновано, что электронное управление фазами обеспечивает более чем на порядок более эффективное подавление шума по сравнению с механическими деспеклерами при равном времени экспозиции.

Предложенная теория создаёт основу для проектирования адаптивных оптических систем с программируемой степенью когерентности. Дальнейшие исследования предполагают учёт пространственно-временной когерентности, перекрестных связей в матрицах источников и распространение модели на случай негауссовых полей.

Список литературы

1. Goodman J. W. *Speckle phenomena in optics: theory and applications*. Roberts and company Publishers, 2007.
2. Duncan D. D., Kirkpatrick S. J., Wang R. K. Statistics of local speckle contrast // *Journal of the Optical Society of America A*. 2007. V. 25. №1. P. 9-15. <https://doi.org/10.1364/josaa.25.000009>
3. Crammond G., Boyd S. W., Dulieu-Barton J. M. Speckle pattern quality assessment for digital image correlation // *Optics and Lasers in Engineering*. 2013. V. 51. №12. P. 1368-1378. <https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2013.03.014>
4. Lehman Harren A. C., Choquette K. D., Carney P. S. Partial coherence in coupled photonic crystal vertical cavity laser arrays // *Optics letters*. 2009. V. 34. №7. P. 905-907. <https://doi.org/10.1364/OL.34.000905>
5. Volkov V. Speckle image modeling and selection of objects // *2021 23rd International Conference on Digital Signal Processing and its Applications (DSPA)*. IEEE, 2021. P. 1-5. <https://doi.org/10.1109/DSPA51283.2021.9535953>
6. Marron J. C., Schroeder K. S. Speckle from rough rotating objects // *Applied optics*. 1988. V. 27. №20. P. 4279-4287. <https://doi.org/10.1364/AO.27.004279>
7. Born M., Wolf E. *Principles of Optics*. 7th ed. Cambridge University Press, 1999. 1036 p.
8. Amelio I., Carusotto I. Theory of the coherence of topological lasers // *Physical Review X*. 2020. V. 10. №4. P. 041060. <https://doi.org/10.1103/PhysRevX.10.041060>
9. Исманов Ю. X., Тынышова Т. Д. Уменьшение объема вводимых данных при компьютерной обработке интерферограмм // *Материалы VIII Международной конференции по фотонике и информационной оптике*. М., 2019. С. 695-696.
10. Исманов Ю. X., Тынышова Т. Д. Улучшение характеристик интерферограмм, получаемых на выходе голографического интерферометра // *Материалы X Международной конференции по фотонике и информационной оптике*. М.: НИЯУ МИФИ, 2021. С. 445-446.

References:

1. Goodman, J. W. (2007). *Speckle phenomena in optics: theory and applications*. Roberts and company Publishers.
2. Duncan, D. D., Kirkpatrick, S. J., & Wang, R. K. (2007). Statistics of local speckle contrast. *Journal of the Optical Society of America A*, 25(1), 9-15. <https://doi.org/10.1364/josaa.25.000009>
3. Crammond, G., Boyd, S. W., & Dulieu-Barton, J. M. (2013). Speckle pattern quality assessment for digital image correlation. *Optics and Lasers in Engineering*, 51(12), 1368-1378. <https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2013.03.014>
4. Lehman Harren, A. C., Choquette, K. D., & Carney, P. S. (2009). Partial coherence in coupled photonic crystal vertical cavity laser arrays. *Optics letters*, 34(7), 905-907. <https://doi.org/10.1364/OL.34.000905>
5. Volkov, V. (2021, March). Speckle image modeling and selection of objects. In *2021 23rd International Conference on Digital Signal Processing and its Applications (DSPA)* (pp. 1-5). IEEE. <https://doi.org/10.1109/DSPA51283.2021.9535953>
6. Marron, J. C., & Schroeder, K. S. (1988). Speckle from rough rotating objects. *Applied optics*, 27(20), 4279-4287. <https://doi.org/10.1364/AO.27.004279>

7. Born M., Wolf E. Principles of Optics. 7th ed. Cambridge University Press, 1999. 1036 p.
8. Amelio, I., & Carusotto, I. (2020). Theory of the coherence of topological lasers. *Physical Review X*, 10(4), 041060. <https://doi.org/10.1103/PhysRevX.10.041060>
9. Ismanov, Yu. H., & Tynyshova, T. D. (2019). Umen'shenie ob"ema vvodimyh dannyh pri komp'yuternoj obrabotke interferogram. In *Materialy VIII Mezhdunarodnoj konferencii po fotonike i informacionnoj optike, Moscow*, 695-696. (in Russian).
10. Ismanov, Yu. H., & Tynyshova, T. D. (2021). Uluchshenie harakteristik interferogramm, poluchaemyh na vyhode golograficheskogo interferometra. In *Materialy X Mezhdunarodnoj konferencii po fotonike i informacionnoj optike, Moscow*, 445-446. (in Russian).

Поступила в редакцию
26.06.2026 г.

Принята к публикации
06.07.2026 г.

Ссылка для цитирования:

Исманов Ю. Х., Джаманкызов Н. К., Тынышова Т. Д. Фазовая декорреляция в дискретных когерентных ансамблях для уменьшения спекл-шума // Бюллетень науки и практики. 2026. Т. 12. №9. С. 15-21. <https://doi.org/10.33619/2414-2948/130/01>

Cite as (APA):

Ismanov, Yu., Dzhamankizov, N., & Tynyshova, T. (2026). Phase Decorrelation in Discrete Coherent Ensembles for Speckle Noise Reduction. *Bulletin of Science and Practice*, 12(9), 15-21. (in Russian). <https://doi.org/10.33619/2414-2948/130/01>